מכפלה פנימית

1. לכל ו אם ורק אם .

הגדרנו נורמה

מרחק בין ווקטורים -

ארתוגונליות ומשלימים אורתוגונלים

# הגדרה

V עם נקראים אורתוגונליים אם

## הערה

אורתוגונלי לכל ווקטור, ו0 הוא ווקטור יחידי שאורתוגנלי לכל ווקטור בV:  
 ⇦

לכל u: ,

# הגדרה

יהיו V עם וS קבוצה של ווקטורים. נגדיר קבוצה ("S משלים" או "משלים אורתוגונלי לS")

# דוגמאות

1. ⇦ כי לכל ⇦ כי לכל
2. , , ,   
    ⬄ לכל :  
    = מרחב הפתרונות ל

# משפט

יהיו V עם וS קבוצה של ווקטורים, אזי היא תת מרחב.

## הוכחה

סגורה ביחס:

1. כפל בסקלר: לכל   
   לכל , לכל
2. חיבור: ⇦ ...

## הערה

מתקיים לכל קבוצה S.

מתקיים ⇦

ולהפך: אם ⬄ לכל .  
 אם ⇦ , ו לכל קבוצה S.

### תוצאה

אם קבוצה יוצרת של אזי

*תת מרחב. גם תת מרחב. מתקיים (כי אם וגם אזי ⇦ )*

# משפט

יהיו V עם ו, ו תת מרחב. אזי

## תוצאות

1. לכל ווקטור קיים פירוק יחיד כך ש

# משפט

יהיו V עם ו ו תת מרחב. מתקיים

## הוכחה

מתקיים : אם לכל . בפרט: אם אזי לכל ⇦ אם

לפי משפט קודם: ⇦  
 ⇦ ⇦

## תוצאה

יהי S קבוצה של ווקטורים בV.   
(נניח ש: ⇦ )

בסיסים(וקבוצות) אורתוגונליות

# הגדרה

יהי V עם . קבוצה נקראת אורתוגונלית אם ל

# הגדרה

באותם התנאים, קבוצה נקראת אורתונורמלית אם

## הערה

1. 0 לא יכול להיות חלק מקבוצה אורתונורמלית.
2. אם קבוצה אורתוגונלית של ווקטורים שונים מ0 אזי עם זה קבוצה אורתונורמלית  
    כי   
   זהו נירמול של הווקטורים.

# הגדרה

אם אז ווקטור נקרא ווקטור יחידה בכיוון של v.

# משפט

יהיו V עם ו קבוצה אורתוגונלית של ווקטורים שונים מ0, אזי S בת"ל.

## הוכחה

יהיו כך ש. נחשב:

## הערה

כל קבוצה אורתונורמלית היא בת"ל.

# הגדרה

בסיס נקרא *אורתוגונלית(או אורתונורמלי) אם S אורתוגונלית(או אוטונורמלית)*

# "משפט"

קבוצה אורתוגונלית פורשת של ווקטורים הוא בסיס

## דוגמה

ו ווקטורים "הסטנדרטיים" אזי S אורתוגונלית ביחס למכפלה פנימית "הסטנדרטית"

# משפט(פתגורס)

אם קבוצה אורתוגונלית אזי

## הוכחה

# משפט

יהי קבוצה אורתוגונלית של ווקטורים שונים מ0. יהי . אזי לכל

# הגדרה

המקדמים נקראים מקדמי פוריה(Fourier) של v ביחס ל

## הוכחה

## תוצאה(ממשפט פתרוגרס)

### בפרט

אם אורתונורמלית אזי כי